LYCÉE ECHEBBI	Devoir de maison n° 1	CLASSE 4EG
PROF : DK AHMED	MATHÉMATIQUE	Duré 1h.30mn

Exercice N°1 BAC 2018 session de contrôle

On donne les matrices $A=\begin{pmatrix} 9{,}9 & 7{,}5 & 3{,}75 \\ 1030 & 780 & 385 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 7900 & -75 & -750 \\ -12900 & 123 & 1020 \\ 5000 & -48 & -60 \end{pmatrix}$

1) a) Calculer le déterminant de A en déduire que A est inversible.

b) Calculer la matrice $A \times B$

c) en déduire la matrice inverse A^{-1} de A

2) un bijoutier fabrique des bagues de trois types B_1, B_2 et B_3 par l'alliage de l'or pur avec d'autres métaux. Chaque bague fabriquée pèse 5 grammes

Le tableau suivant indique le pourcentage massique d'or pur et le prix d'une bague pour chaque type

Type de bague	B_1	B_2	B_3
Pourcentage massique d'or pur	99%	75%	37,5%
Prix d'une bague (en dinars)	1030	780	385

Pendant un mois , le bijoutier a utilisé 312 grammes pour fabriquer 100 Bagues qu'il les vend avec un total de 64700 dinars.

a) Montrer que la situation se traduit par le système

$$(S):\begin{cases} 9{,}9x + 7{,}5y + 3{,}75z = 624 \\ 1030x + 780y + 385z = 64700 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

b) Donner l'écriture matricielle du système (S)

c) Déterminer alors le nombre de bagues fabriquées de chaque type.

Exercice n° 2

Une société vend des machines agricoles .suite à une restructuration en 2012 elle a pu relancer sa production et ses bénéfices annules ont évolué comme indiqué dans le tableau suivant :

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang de l'année :x_i	0	1	2	3	4	5
Bébéfice en millions de dinars :y_i	64	75	100	113	125	127

.1) a) construire le nuage de points associé à la série statistique $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal.

Les unités graphiques seront : 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ;

1cm pour 10 cm sur l'axe des ordonnées.

b)Donner les coordonnées du point moyen G du nuage (arrondir au dixième)

2) En première approximation , on envisage de représenter le bénéfice y comme une fonction affine du rang x de l'année .

3)a) donner une équation de la droite d'ajustement (D) obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième)

b)tracer cette droite (D) dans le repère.

c) quelle prévision ferait- on pour le bénéfice en 2019 avec cette approximation ?

4) en observant le nuage de points , on envisage un deuxième modèle d'ajustement donnée par : $y = f(x) avec\ f(x) = -2x^2 + 23x + 63$

a) étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 6]$

b) tracer la courbe C_f de la fonction f dans le même repère

c) quelle prévision ferait –on pour le bénéfice en 2019 avec ce deuxième modèle d'ajustement ?

5)en réalité , le bénéfice en 2019 est en hausse de 0,9% par rapport à celui de 2018 des deux ajustements envisagés dans les questions précédentes, quel est celui qui donnait la meilleure prévision pour le bénéfice en 2019

Exercice N°3

1) Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = -x + 1 + 2\ln(x)$

Etudier les variations de g et établir son tableau de variation.

a) Montrer que l'équation $(E): g(x) = 0$ admet sur $]0; +\infty[$ deux solutions 1 et α

b) Montrer que : $3,5 < \alpha < 4$

c) Déduire le signe de $g(x)$ sur $]0; +\infty[$

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2} + 2x\ln(x) \,;\, si\ x \in]0; +\infty[\\ f(0) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

2)On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$

3) Montrer que f est continue en 0

4) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement le résultat obtenu

a) Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$; $f'(x) = g(x)$

b) Etablir le tableau de variation de f

c) Montrer que $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)(\alpha-3)}{2}$

5) Montrer que l'équation $(E') : f(x) = 0$ admet sur $]0; +\infty[$ deux solutions $1\ et\ \beta$ vérifier que : $5 < \beta < 6$ c) Tracer C_f

6) Soit f_1 la restriction de f à l'intervalle $[\alpha; +\infty[$

a) Montrer que f_1 réalise une bijection de $[\alpha; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

b) Montrer que f_1 est dérivable en 0 et calculer $\left(f_1^{-1}\right)'(0)$

c)Tracer $C_{f_1^{-1}}$ dans le même repère $(o; \vec{i}; \vec{j})$